

CUANDO ME PROPONGO ALGO Y
REALMENTE TRABAJO PARA
CONSEGUIRLO, LO ALCANZARÉ.



La educación es la vacuna contra la violencia y la ignorancia.

MATEMÁTICAS GRADO NOVENO

SEGUNDA PARTE

TEMA 1: FRACCIONES ALGEBRAICAS

Definición y Simplificación de Fracciones Algebraicas

CONCEPTO: DEFINICIONES BÁSICAS: Una fracción algebraica es toda expresión fraccionaria en la que el denominador contiene por lo menos un literal, por ejemplo: $\frac{3x}{6y^2}$, es una fracción algebraica porque en el denominador aparece el literal “y”.

Al igual que las fracciones aritméticas, varias fracciones algebraicas son homogéneas si tienen el mismo denominador y serán heterogéneas cuando los denominadores de las fracciones sean diferentes.

Simplificar una fracción algebraica es encontrar, mediante procesos algebraicos o aritméticos, la fracción equivalente de menor denominador y numerador posibles. Para simplificar una fracción algebraica lo que hacemos es encontrar el máximo común divisor¹ del numerador y el denominador de la fracción, después se escribe en el numerador el resultado de dividir el numerador inicial por el máximo común divisor encontrado; en el denominador queda el resultado obtenido al dividir el denominador inicial por el máximo común divisor.

EJEMPLOS:

Simplificar las siguientes fracciones algebraicas:

$$\diamond \frac{3.780x^3y^4z^3}{5.670x^4y^5z^2}, \text{ se calcula primero el mcd del numerador y el denominador:}$$

$$\text{mcd}(3.780x^3y^4z^3, 5.670x^4y^5z^2) = 1.890x^3y^4z^2$$

Después se dividen el numerador y el denominador de la fracción por el mcd encontrado.

$$\frac{3.780x^3y^4z^3}{1.890x^3y^4z^2} = 2z, \text{ este es el numerador de la fracción simplificada.}$$

$$\frac{5.670x^4y^5z^2}{1.890x^3y^4z^2} = 3xy, \text{ este es el denominador de la fracción simplificada.}$$

$$\text{RESPUESTA: } \frac{3.780x^3y^4z^3}{5.670x^4y^5z^2} = \frac{2z}{3xy}$$

OBSERVACIONES: Recuerda que al dividir monomios, se restan los exponentes de los literales que aparecen en el numerador y el denominador, el literal quedará ubicado en el lugar en el que tenía el exponente más alto, en el ejemplo anterior “z” tenía mayor exponente en el numerador y allí queda al escribir la respuesta. “x” y “y” tenían mayor exponente en el denominador por ello quedaron en este lugar.

¹ La explicación para el cálculo de máximo común divisor se encuentra en el plan de mejoramiento del primer período, Tema 3.

Cuando un literal aparece sólo en el numerador o en el denominador se escribe con el mismo exponente que tenía en su respectivo lugar.

$$\diamond \frac{15.488x^5y^6}{34.848x^9y^2}$$

$$\text{mcd}(15.488x^5y^6, 34.848x^9y^2) = 3.872x^5y^2$$

$$\frac{15.488x^5y^6}{3.872x^5y^2} = 4y^4$$

$$\frac{34.848x^9y^2}{3.872x^5y^2} = 9x^4$$

$$\text{RESPUESTA: } \frac{15.488x^5y^6}{34.848x^9y^2} = \frac{4y^4}{9x^4}$$

$$\diamond \frac{4x^2-4x-15}{2x^2+3x-20}$$

$$\text{mcd}(4x^2 - 4x - 15; 2x^2 + 3x - 20) = 2x - 5$$

$$\frac{4x^2 - 4x - 15}{2x - 5} = \frac{(2x - 5)(2x + 3)}{2x - 5} = 2x + 3$$

$$\frac{2x^2 + 3x - 20}{2x - 5} = \frac{(2x - 5)(x + 4)}{2x - 5} = x + 4$$

$$\text{RESPUESTA: } \frac{4x^2-4x-15}{2x^2+3x-20} = \frac{2x+3}{x+4}$$

OBSERVACIONES: El proceso es idéntico cuando los términos de la fracción algebraica son polinomios, es decir, debemos calcular el mcd del numerador y el denominador y realizamos las respectivas divisiones para poder encontrar la fracción equivalente simplificada.

Operaciones con Fracciones Algebraicas

CONCEPTO: SUMA Y DIFERENCIA DE FRACCIONES ALGEBRAICAS. Para poder sumar o restar fracciones algebraicas se debe verificar que las fracciones sean homogéneas, cuando las fracciones sean heterogéneas se debe realizar el proceso de homogenización.

Analicemos primero la suma y resta de fracciones algebraicas cuyos términos son monomios. Se tienen varios casos:

EJEMPLOS:

$$\diamond \frac{5x}{3y} + \frac{8x}{3y} - \frac{7x}{3y} = \frac{5x+8x-7x}{3y} = \frac{6x}{3y} = \frac{2x}{y}$$

En este caso las tres fracciones tienen común denominador (3y), por lo que son homogéneas, y en su numerador aparecen términos que incluyen la variable "x", lo que hicimos fue realizar la operación de suma o resta con los respectivos coeficientes de los numeradores: 5 + 8 - 7 = 6. Lo último que hacemos, antes de poder escribir la respuesta, es simplificar hasta donde sea posible la fracción obtenida. En nuestro caso $\frac{6x}{3y}$, los coeficientes (6 y 3) son divisibles por el número tres por ello la respuesta final es $\frac{2x}{y}$.

$$\diamond \frac{2x^2}{5y^3} - \frac{3x}{5y^3} + \frac{9x^2}{5y^3} + \frac{13x}{5y^3} = \frac{2x^2-3x+9x^2+13x}{5y^3}$$

En este ejercicio no todos los términos de los numeradores son semejantes, es decir no todos tienen el mismo literal con los mismos exponentes, lo que haremos es agrupar términos semejantes y realizar las operaciones indicadas.

$$\frac{(2x^2 + 9x^2) + (-3x + 13x)}{5y^3} = \frac{11x^2 + 10x}{5y^3}$$

Es importante recordar que cada término debe conservar su respectivo signo por ello antes de la operación indicada con los términos que tienen el literal con exponente uno se coloca el signo más, después de realizar la operación se obtienen los coeficientes 11 y 10 para los términos del numerador, si bien el 10 y el 5 se podrían dividir por el número 5, no podemos simplificar porque el 11 no es divisible por este número.

RESPUESTA: $\frac{2x^2}{5y^3} - \frac{3x}{5y^3} + \frac{9x^2}{5y^3} + \frac{13x}{5y^3} = \frac{11x^2 + 10x}{5y^3}$

❖ $\frac{3}{4x^2} + \frac{5}{3x^2} + \frac{7}{8x^2} - \frac{11}{6x^2}$

En este caso las fracciones son homogéneas en lo que corresponde al literal (todas incluyen x^2), pero los coeficientes de cada denominador son distintos. Podemos escribir el ejercicio así:

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{3} + \frac{7}{8} - \frac{11}{6}\right) \frac{1}{x^2}$$

Para resolver esta operación homogenizamos los coeficientes fraccionarios, calculamos primero el mínimo común múltiplo² de los denominadores:

$$mcm(4, 3, 8, 6) = 2^3 * 3 = 8 * 3 = 24$$

Amplificamos las fracciones:

$$24 \div 4 = 6 \rightarrow \frac{3 * 6}{4 * 6} = \frac{18}{24}$$

$$24 \div 3 = 8 \rightarrow \frac{5 * 8}{3 * 8} = \frac{40}{24}$$

$$24 \div 8 = 3 \rightarrow \frac{7 * 3}{8 * 3} = \frac{21}{24}$$

$$24 \div 6 = 4 \rightarrow \frac{11 * 4}{6 * 4} = \frac{44}{24}$$

Como resulta evidente las cuatro fracciones son ahora homogéneas por lo que podemos realizar las sumas o restas indicadas.

$$\left(\frac{3}{4} + \frac{5}{3} + \frac{7}{8} - \frac{11}{6}\right) \frac{1}{x^2} = \left(\frac{18 + 40 + 21 - 44}{24}\right) \frac{1}{x^2} = \frac{35}{24x^2}$$

❖ $\frac{3x^2}{5y^3} + \frac{2x}{4y^2} - \frac{7x^2}{6y^5}$

Estas fracciones no son homogéneas, para realizar la operación debemos homogenizarlas. Comenzamos por encontrar el mínimo común múltiplo de los denominadores:

$$mcm(5y^3, 4y^2, 6y^5) = 2^2 * 3 * 5y^5 = 60y^5$$

² La explicación para el cálculo del mínimo común múltiplo se encuentra en el plan de mejoramiento del primer período, Tema 3.

$$\frac{60y^5}{5y^3} = 12y^2 \rightarrow \frac{3x^2 * 12y^2}{5y^3 * 12y^2} = \frac{36x^2y^2}{60y^5}$$

$$\frac{60y^5}{4y^2} = 15y^3 \rightarrow \frac{2x * 15y^3}{4y^2 * 15y^3} = \frac{30xy^3}{60y^5}$$

$$\frac{60y^5}{6y^5} = 10 \rightarrow \frac{7x^2 * 10}{6y^5 * 10} = \frac{70x^2}{60y^5}$$

Podemos escribir la respuesta:

$$\frac{3x^2}{5y^3} + \frac{2x}{4y^2} - \frac{7x^2}{6y^5} = \frac{36x^2y^2 + 30xy^3 - 70x^2}{60y^5}$$

En este caso los términos del numerador no son semejantes pues no tienen todos los mismos literales y los mismos exponentes, sin embargo todos los coeficientes de numerador y denominador pueden ser divididos por dos, procedemos a simplificar:

$$\frac{18x^2y^2 + 15xy^3 - 35x^2}{30y^5}, \text{ esta expresión no se puede simplificar más.}$$

Cuando los términos de las fracciones son polinomios también se debe verificar que las fracciones sean homogéneas, en caso de no serlo se realiza el proceso de homogenización.

EJEMPLOS:

$$\diamond \frac{x}{x^2+x-2} - \frac{3}{x^2+2x-3} - \frac{x}{x^2+5x+6}$$

Las tres fracciones son heterogéneas, procedemos a calcular el mínimo común múltiplo de los denominadores para amplificar:

$$mcm(x^2 + x - 2; x^2 + 2x - 3; x^2 + 5x + 6) = (x + 2)(x - 1)(x + 3)$$

$$x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1) \rightarrow \frac{(x + 2)(x - 1)(x + 3)}{(x + 2)(x - 1)} = (x + 3)$$

$$x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) \rightarrow \frac{(x + 2)(x - 1)(x + 3)}{(x + 3)(x - 1)} = (x + 2)$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3) \rightarrow \frac{(x + 2)(x - 1)(x + 3)}{(x + 2)(x + 3)} = (x - 1)$$

Multiplicamos el numerador de cada fracción por el respectivo cociente obtenido al dividir por su denominador, las fracciones quedan ahora con el mínimo común múltiplo como nuevo denominador:

$$\frac{x(x + 3) - 3(x + 2) - x(x - 1)}{(x + 2)(x - 1)(x + 3)} = \frac{x^2 + 3x - 3x - 6 - x^2 + x}{(x + 2)(x - 1)(x + 3)}$$

$$\frac{x - 6}{(x + 2)(x - 1)(x + 3)}$$

Después de realizar los productos se obtienen algunos términos semejantes en el numerador que pueden ser reducidos: $x^2 - x^2$, se cancelan; $3x - 3x$, también se cancelan. Al finalizar el proceso de reducción sólo queda en el numerador $x - 6$, como ya habíamos dicho el denominador de la fracción resultante es el mínimo común múltiplo de los denominadores.

$$\diamond \frac{3a}{2a^2-2a-4} - \frac{a-1}{4a^2+8a-32} - \frac{10a-1}{8a^2+40a+32}$$

$$mcm(2a^2 - 2a - 4; 4a^2 + 8a - 32; 8a^2 + 40a + 32) = 8(a - 2)(a + 1)(a + 4)$$

$$2a^2 - 2a - 4 = 2(a - 2)(a + 1) \rightarrow \frac{8(a - 2)(a + 1)(a + 4)}{2(a - 2)(a + 1)} = 4(a + 4)$$

$$4a^2 + 8a - 32 = 4(a + 4)(a - 2) \rightarrow \frac{8(a - 2)(a + 1)(a + 4)}{4(a + 4)(a - 2)} = 2(a + 1)$$

$$8a^2 + 40a + 32 = 8(a + 4)(a + 1) \rightarrow \frac{8(a - 2)(a + 1)(a + 4)}{8(a + 4)(a + 1)} = (a - 2)$$

$$\frac{3a * 4(a + 4) - (a - 1) * (2(a + 1)) - (10a - 1)(a - 2)}{8(a - 2)(a + 1)(a + 4)}$$

$$\frac{12a^2 + 48a - 2a^2 + 2 - 10a^2 + 21a - 2}{8(a - 2)(a + 1)(a + 4)}$$

$$\frac{69a}{8(a - 2)(a + 1)(a + 4)}$$

En este ejercicio quedan algunos términos semejantes que se pueden simplificar:

$$12a^2 - 2a^2 - 10a^2 = 0$$

$$48a + 21a = 69a$$

$$2 - 2 = 0$$

La respuesta obtenida no se puede simplificar más.

CONCEPTO: MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS. Para multiplicar fracciones algebraicas lo primero que hacemos es Factorizar hasta donde sea posible para simplificar todos los factores comunes.

EJEMPLOS:

$$\diamond \frac{6.615a^4b^3}{16.575c^4} * \frac{38.675c^5}{7.938a^8b^2}$$

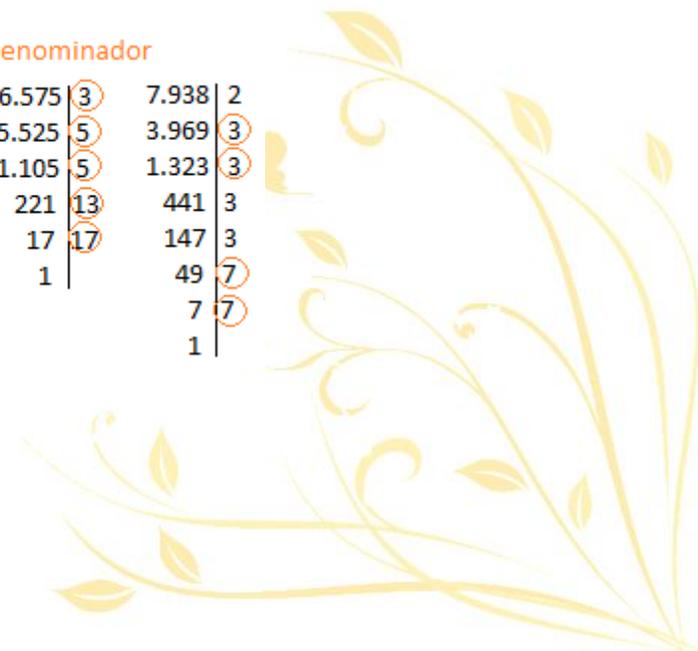
Como los términos de las fracciones son monomios descomponemos en factores primos los coeficientes y cancelamos los factores comunes:

Numerador:

6.615 3	38.675 5
2.205 3	7.735 5
705 3	1.547 7
245 5	221 13
49 7	17 17
7 7	1
1	

Denominador

16.575 3	7.938 2
5.525 5	3.969 3
1.105 5	1.323 3
221 13	441 3
17 17	147 3
1	49 7
	7 7
	1



En el numerador se cancelan todos los factores menos el 5 y el 7. En el denominador no se cancelaron el 2 y dos veces el tres. Para los literales se restan los exponentes y se escribe el literal en el lugar que haya tenido el exponente más alto.

$$\frac{6.615a^4b^3}{16.575c^4} * \frac{38.675c^5}{7.938a^8b^2} = \frac{5 * 7bc}{2 * 3^2a^4} = \frac{35bc}{18a^4}$$

$$\diamond \frac{x^2+7x-8}{x^2-4x-21} * \frac{3x^2-23x+14}{x^2-4x+3}$$

$$\frac{(x+8)(x-1)(3x-2)(x-7)}{(x-7)(x+3)(x-3)(x-1)} = \frac{(x+8)(3x-2)}{(x+3)(x-3)} = \frac{3x^2+22x-16}{x^2-9}$$

Los procesos de factorización se encuentran explicados en el plan de mejoramiento del primer período, Tema 2.

$$\diamond \frac{4x^2-25}{3x^2+8x-3} * \frac{3x^2+20x-7}{8x^2-22x+5} * \frac{4x^2+11x-3}{2x^2+19x+35}$$

$$\frac{(2x+5)(2x-5)(3x-1)(x+7)(4x-1)(x+3)}{(3x-1)(x+3)(4x-1)(2x-5)(2x+5)(x+7)} = 1$$

$$\diamond \frac{2x^2+7x+9}{3x^2-2x-5} * \frac{6x^2-37x+45}{x^2+8x-9} * \frac{x^2+6x-27}{2x^2-15x+27}$$

$$\frac{(2x^2+7x+9)(3x-5)(2x-9)(x+9)(x-3)}{(3x-5)(x+1)(x+9)(x-1)(2x-9)(x-3)} = \frac{2x^2+7x+9}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x^2+7x+9}{x^2-1}$$

OBSERVACIONES: El trinomio que se encuentra en el numerador de la primera fracción no se puede factorizar por ninguno de los métodos conocidos, por ello se conserva durante todo el proceso. Es importante enfatizar que después de realizar el proceso de simplificación debemos realizar el producto de los factores que no fueron reducidos.

CONCEPTO: DIVISIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS. Para dividir fracciones algebraicas se realiza, al igual que en las fracciones aritméticas, la multiplicación del dividendo por el inverso multiplicativo del divisor. En la práctica esto equivale a decir que conservamos la primera fracción, la que sería el dividendo, igual; después invertimos el lugar de los dos términos de la segunda fracción y realizamos el producto.

EJEMPLOS:

$$\diamond \frac{4.940x^3y}{35.343z^4} \div \frac{8.645x^5y}{16.065z^6}$$



La fracción dividendo se conserva igual.

El denominador de la fracción divisor se convierte en el numerador de la nueva fracción.

$$\frac{4.940x^3y}{35.343z^4} * \frac{16.065z^6}{8.645x^5y}$$

El numerador de la fracción divisor se convierte en el denominador de la nueva fracción.

Cambiamos el signo de división por el de la multiplicación.

Se realiza el proceso de simplificación para encontrar la respuesta.

Numerador

4.940		2	16.065		3
2.470		2	5.355		3
1.235		5	1.785		3
247		13	595		5
19		19	119		7
1			17		17
			1		

Denominador

35.343		3	8.645		5
11.781		3	1.729		7
3.927		3	247		13
1.309		7	19		19
187		11	1		
17		17			
1					

Numerador: 2*2*5 = 20

Denominador: 11*7 = 77

$$\frac{4.940x^3y}{35.343z^4} * \frac{16.065z^6}{8.645x^5y} = \frac{20z^2}{77x^2}$$

❖ $\frac{3x^2+5x-28}{6x^2+5x-6} \div \frac{9x^2-15x-14}{2x^2+5x+3}$

$$\begin{aligned} \frac{3x^2+5x-28}{6x^2+5x-6} * \frac{2x^2+5x+3}{9x^2-15x-14} &= \frac{(3x-7)(x+4)(2x+3)(x+1)}{(2x+3)(3x-2)(3x-7)(3x+2)} \\ &= \frac{(x+4)(x+1)}{(3x-2)(3x+2)} = \frac{x^2+5x+4}{9x^2-4} \end{aligned}$$

❖ $\frac{6x^2-35x-6}{x^2-81} \div \frac{6x^2-5x-1}{2x^2-19x+9}$

$$\begin{aligned} \frac{6x^2-35x-6}{x^2-81} * \frac{2x^2-19x+9}{6x^2-5x-1} &= \frac{(6x+1)(x-6)(2x-1)(x-9)}{(x+9)(x-9)(6x+1)(x-1)} \\ &= \frac{(x-6)(2x-1)}{((x+9)(x-1))} = \frac{2x^2-13x+6}{x^2+8x-9} \end{aligned}$$

En algunos ejercicios se combinan las operaciones de multiplicación y división de fracciones. Por ejemplo:

❖ $\left(\frac{3x^2-7x-6}{5x^2+34x-7} * \frac{10x^2+13x-3}{3x^2+14x+8} \right) \div \frac{x^2+2x-15}{x^2+11x+28}$

$$\frac{3x^2-7x-6}{5x^2+34x-7} * \frac{10x^2+13x-3}{3x^2+14x+8} * \frac{x^2+11x+28}{x^2+2x-15}$$

$$\frac{(3x+2)(x-3)(5x-1)(2x+3)(x+7)(x+4)}{(5x-1)(x+7)(3x+2)(x+4)(x+5)(x-3)} = \frac{2x+3}{x+5}$$

$$\diamond \left(\frac{6x^2+13x+6}{x^2-16} * \frac{2x^2+13x+20}{2x^2+x-3} \right) \div \frac{6x^2+19x+10}{x^2-3x-4}$$

$$\frac{6x^2+13x+6}{x^2-16} * \frac{2x^2+13x+20}{2x^2+x-3} * \frac{x^2-3x-4}{6x^2+19x+10}$$

$$\frac{(3x+2)(2x+3)(2x+5)(x+4)(x-4)(x+1)}{(x+4)(x-4)(2x+3)(x-1)(3x+2)(2x+5)} = \frac{x+1}{x-1}$$

TALLER 1

1. Simplificar las siguientes fracciones algebraicas:

- $\frac{x^2-3x}{2x-6}$
- $\frac{4x^2+2x}{12x}$
- $\frac{x^2-1}{x+1}$
- $\frac{x^2-1}{(x-1)^2}$
- $\frac{x^2-9}{x^2-81}$
- $\frac{998.816x^9y^3z^7}{428.064x^6y^9z^5}$
- $\frac{5x^3+3x^2-5x-3}{10x^3+11x^2-12x-9}$
- $\frac{6x^3+7x^2-7x-6}{2x^4+x^3-11x^2-4x+12}$
- $\frac{15.925m^6n^3}{13.650m^4n^7}$
- $\frac{10x^2+x-3}{5x^2+23x+12}$

2. Realiza las operaciones indicadas:

- $\frac{3+x}{3-x} + \frac{1}{3+x} - \frac{x^2}{9-x^2}$
- $\frac{x-1}{x^2+2x+1} - \frac{x}{x+1} - \frac{1}{x-1}$
- $\frac{1}{x+1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} + \frac{x}{x+1}$
- $\frac{x}{3x+9} + \frac{x-2}{3x-9} - \frac{2x^2}{3x^2-27}$
- $\frac{2x-1}{3x-3} - \frac{2x^2-6x+4}{3x^2-6x+3}$
- $\frac{1}{x^2-9x+20} - \frac{1}{x^2-11x+30} + \frac{1}{x^2-10x+24}$



$$g. \frac{3}{2x-4} + \frac{1}{x+2} - \frac{x+10}{2x^2-8}$$

3. Recuerda que para multiplicar fracciones algebraicas debes simplificar, realiza los siguientes ejercicios:

$$a. \frac{8x^3-27}{2x^2+7x-15} * \frac{3x^2+15}{12x^3+18x^2+27x}$$

$$g. \frac{2x^2+18}{x^2+17x+72} * \frac{x^2+18x+81}{x^2-81}$$

$$b. \frac{12x^3+18x^2+27x}{2x^2+7x-15} * \frac{4x^2-12x+9}{8x^3-27}$$

$$h. \frac{8x^3+27}{20x^3-30x^2+45x} * \frac{10x^2-15x}{4x^2-9}$$

$$c. \frac{2x^2+19x+24}{x^2+3x-40} * \frac{x^2+6x-16}{2x^2-x-6}$$

$$i. \frac{x^2+16x+64}{2x^2+19x+24} * \frac{2x^2-x-6}{x^2-4x+4}$$

$$d. \frac{3x^3+15x^2+2x+10}{6x^2+4} * \frac{15x-10}{3x^2-13x-10}$$

$$j. \frac{3x^3+15x^2+2x+10}{9x^3-6x^2+6x-4} * \frac{15x-10}{3x^2-13x-10}$$

$$e. \frac{x^2-2x}{x^2-5x+6} * \frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$$

$$k. \frac{x^2-6x+9}{x^2-9} * \frac{x^2-5x+6}{3x^2-9x}$$

$$f. \frac{4x^2-20x}{2x^2-3x-35} * \frac{2x^2-x-28}{x^2-16}$$

$$l. \frac{x^2-1}{x^2-2x-3} * \frac{x^3+x^2-9x-9}{x^2-4x+3}$$

4. Revisa el proceso para la división de fracciones algebraicas y resuelve:

$$a. \frac{3x^2+15}{12x^3+18x^2+27x} \div \frac{2x^2+7x-15}{8x^3-27}$$

$$f. \frac{x^2-7x+12}{x^2-16} \div \frac{x^2+7x+12}{x^2-9}$$

$$b. \frac{2x^2+19x+24}{x^2+16x+64} \div \frac{2x^2-x-6}{x^2-4x+4}$$

$$g. \frac{x^2+6x-16}{2x^2-x-6} \div \frac{x^2+3x-40}{2x^2+19x+24}$$

$$c. \frac{10x^2-15x}{4x^2-9} \div \frac{20x^3-30x^2+45x}{8x^3+27}$$

$$h. \frac{12x^3+18x^2+27x}{2x^2+7x-15} \div \frac{8x^3-27}{4x^2-12x+9}$$

$$d. \frac{2x^2+19x+24}{x^2+3x-40} \div \frac{2x^2-x-6}{x^2+6x-16}$$

$$i. \frac{3x^3+15x^2+2x+10}{9x^3-6x^2+6x-4} \div \frac{3x^2-13x-10}{15x-10}$$

$$e. \frac{6x^2+4}{3x^3+15x^2+2x+10} \div \frac{15x-10}{3x^2-13x-10}$$

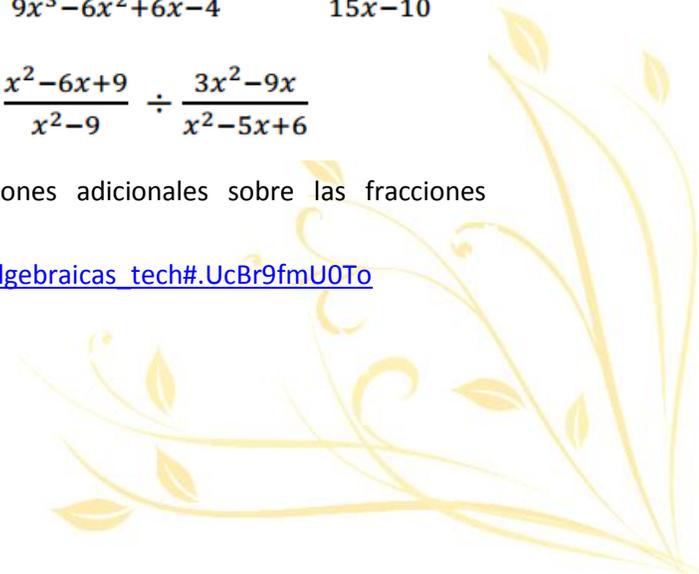
$$j. \frac{x^2-6x+9}{x^2-9} \div \frac{3x^2-9x}{x^2-5x+6}$$

En los siguientes enlaces podrás encontrar explicaciones adicionales sobre las fracciones algebraicas y las operaciones entre ellas:

http://www.dailymotion.com/video/xkpohe_fracciones-algebraicas_tech#.UcBr9fmU0To

http://www.youtube.com/watch?v=mLfIDFKp_sY

<http://www.youtube.com/watch?v=YxJQc78B9rc>



TEMA 2: ECUACIONES

Definición y Ejemplos de Ecuaciones

CONCEPTO: DEFINICIONES BÁSICAS: Una ecuación es una igualdad en la que aparece por lo menos un valor desconocido que se representa con una variable (literal).

Las ecuaciones se clasifican de acuerdo al exponente más alto que tengan las variables o la cantidad de variables que tenga. Por ejemplo:

- ❖ $3x + 5 = 8$, es una ecuación de primer grado (el exponente de x es uno) con una incógnita (pues sólo aparece la variable “ x ”).
- ❖ $5x - 3y = 15$, es una ecuación de primer grado (el exponente más alto para las variables es uno) con dos incógnitas (“ x ” e “ y ”).
- ❖ $5x^3 - 4y - z = 27$, es una ecuación de tercer grado con tres incógnitas.

Resolver una ecuación es determinar los posibles valores de la variable o variables que satisfacen la igualdad. Ejemplos:

- ❖ $x + 6 = 9$, el único valor que satisface esta ecuación es $x = 3$, no existe ningún otro número real que al ser sumado con el número 6 dé como resultado 9.
- ❖ $x + y = 9$, en este se tienen dos variables y se pueden pensar infinitas soluciones, por ejemplo, si damos a x el valor de 5 la y tendría un valor de 4 y al sumarlos se obtiene como resultado 9.

Podemos dar también valores negativos, si x vale -8 , “ y ” tendría un valor de 17 y al ser sumados el resultado es 9 ($-8 + 17 = 9$).

También podemos utilizar valores decimales o fraccionarios y siempre encontraremos valores para la segunda variable que satisfarán la ecuación: $x = 2,5$, entonces $y = 6,5$.

Es importante recordar que cuando se tienen ecuaciones de primer grado con una sola incógnita la ecuación tendrá una única respuesta, es decir, un único valor de la variable que hace verdadera la igualdad.

Cuando se tiene una ecuación de primer grado con dos o más variables la solución de la ecuación tendrá infinita cantidad de respuestas.

En el siguiente enlace encontrarás el paso a paso para la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita:

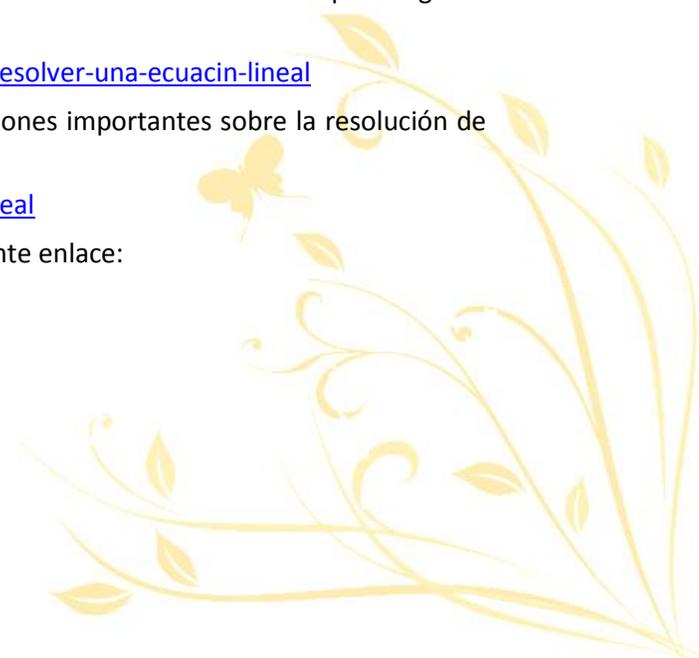
<http://www.slideshare.net/Presentaciones1/pasos-para-resolver-una-ecuacin-lineal>

En este otro enlace explican un ejercicio y hacen aclaraciones importantes sobre la resolución de una ecuación lineal:

<http://www.slideshare.net/aurigame/resolver-ecuacin-lineal>

También puedes ver una explicación en video en el siguiente enlace:

<http://www.youtube.com/watch?v=xUWLZY4roM>



TALLER 2

Resolver las siguientes ecuaciones:

$$a. \frac{4x+1}{3} = \frac{12x-3}{7}$$

$$b. \frac{2x-5}{12} = \frac{-x}{4} - \frac{5}{3}$$

$$c. \frac{x}{5} + \frac{x}{3} - 1 = \frac{x}{2}$$

$$d. \frac{2x+4}{3} = \frac{x}{6} - 3$$

$$e. \frac{x+11}{2} - \frac{2x+3}{5} = 5$$

$$f. \frac{5x+1}{6} + \frac{2x+1}{3} = 2$$

$$g. \frac{4x-3}{5} - \frac{4x}{3} = \frac{2(x-13)}{15}$$

$$h. \frac{3x+5}{2} - \frac{4x-5}{3} = \frac{7x+1}{6} - 5$$

$$i. \frac{9x-1}{13} - \frac{5x-8}{4} = x+6$$

$$j. 5x - \frac{2x+1}{2} = 3x + \frac{15x-2}{4}$$

$$k. \frac{4(3x+6)}{5} + 3 = \frac{2(2x+5)}{3} - 3x$$

$$l. 2x - 6 - \frac{2(2x+8)}{3} = 4x - 1$$

Problemas con Ecuaciones de Primer Grado con una Incógnita

CONCEPTO: USO DE LAS ECUACIONES DE PRIMER GRADO PARA RESOLVER PROBLEMAS COTIDIANOS. Las ecuaciones de primer grado son muy utilizadas para encontrar las posibles soluciones a situaciones de la cotidianidad (no solo en entornos escolares sino también empresariales).

En el siguiente enlace aparece la explicación detallada de los procesos necesarios para la representación simbólica de los enunciados de los problemas, además brinda la oportunidad de realizar ejercicios de práctica:

http://quiz.uprm.edu/tutorial_es/sle_verb/sle_home.html

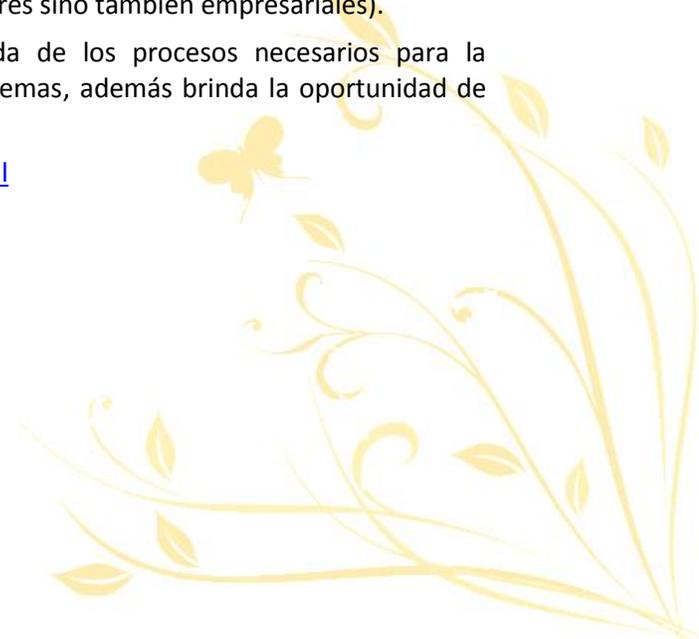
También puedes revisar los siguientes videos:

<http://www.youtube.com/watch?v=3hnBUKsOc0M>

<http://www.youtube.com/watch?v=inXDPRWpr04>

<http://www.youtube.com/watch?v=fGKwLzWgSg4>

<http://www.youtube.com/watch?v=QzaPu5j4cil>



TALLER 3

Resolver los siguientes problemas paso a paso, debe aparecer el proceso de verificación.

1. Un empresario ha comprado doble número de Computadoras portátiles que de computadoras fijas. Por cada portátil pago US\$5.800 y por cada fija US\$14.500. Si el importe de la compra fue de US\$ 130.500 ¿Cuántas portátil compró y cuantas fijas?
2. Encontrar las edades de María y José, si ambas suman 124 años y María tiene 14 años menos que José.
3. Un negocio de mascotas compro 15 animales entre perros y gatos, cada perro costo \$30.000 y cada gato \$15.000. Se hizo una inversión total de \$300.000, ¿Cuántos perros y cuántos gatos se han comprado?
4. Un número multiplicado por 5 sumado con el mismo número multiplicado por 6 da 55. ¿Cuál es el número?
5. En el triángulo ABC, los lados $\overline{AB} = 3\overline{BC}$ y $\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AC}$. Si su perímetro es 84 metros, ¿cuánto mide cada lado?
6. Si el lado de un cuadrado es aumentado en 8 unidades, su perímetro se triplica. ¿Cuánto mide el lado?
7. Hace 6 años un padre tenía el cuádruplo de la edad de su hijo. En 10 años más tendrá sólo el doble. Hallar la edad actual del padre e hijo.
8. Se compran 25 lápices, 32 cuadernos y 24 gomas de borrar y se cancela por ello \$ 16.900. Si cada cuaderno cuesta el triple de cada goma, más \$ 20 y cada lápiz cuesta el doble de cada goma, más \$ 8. ¿Cuánto cuesta cada material?
9. Una persona puede pintar una muralla en 5 horas, otra lo hace en 6 horas y una tercera persona tarda 12 horas en pintar la misma muralla. ¿Cuánto tardarían si la pintaran entre las tres?
10. La cabeza de un pez corresponde al tercio de su peso total, la cola a un cuarto del peso y el resto del cuerpo pesa 4 kg. 600 gramos. ¿Cuánto pesa el pez?
11. Silvia compra un pañuelo, una falda, y un abrigo en \$ 5.050. Calcula los precios respectivos, si la falda vale 25 veces más que el pañuelo, y el abrigo, el triple de la falda.
12. Se cuenta que la legendaria fundadora de Praga, la reina Libussa de Bohemia, eligió a su consorte entre tres pretendientes, planteándoles el siguiente problema: ¿cuántas ciruelas contenía un canasto del cual ella sacó la mitad del contenido y una ciruela más para el primer pretendiente; para el segundo la mitad de lo que quedó y una ciruela más y para el tercero la mitad de lo que entonces quedaba y tres ciruelas más, si con esto el canasto se vació. ¿Puedes calcularlo tú?
13. Dividir 1.080 en dos partes tales que la mayor disminuida en 132 equivalga a la menor aumentada en 100.
14. En un tratado del álgebra escrito por el célebre matemático Leonhard Euler, publicado en 1770 aparece el siguiente problema: “En una hostería se alojan 20 personas entre hombres y mujeres. Cada hombre paga 8 monedas por su hospedaje y cada mujer 7, del mismo valor, ascendiendo el total de la cuenta a 144 monedas. Se pregunta cuántos hombres y cuántas mujeres son”
15. Tres amigos van de compras. Juan gasta el doble que Alicia y Ana gasta el triple que Alicia. Si entre los tres han gastado 72 €, ¿cuánto ha gastado cada uno?
16. Un carro que viaja hacia el norte parte al mismo tiempo que otro que viaja hacia el sur. La velocidad del carro que viaja hacia el sur es 1.5 veces la velocidad del que viaja hacia el norte.

- Al cabo de 2 horas se encuentran separados entre sí 300 km. ¿Cuál es la velocidad de cada uno?
17. Dos ciclistas parten de un mismo punto y se mueven en direcciones opuestas en línea recta. Después de 4 horas de iniciado el recorrido se encuentran a 260km. ¿Cuál es la velocidad de cada uno si la diferencia de velocidades es de 5km/h?³
 18. Busca un número sabiendo que si se le multiplica por 4 y al resultado se le resta 10 se obtiene 14.
 19. El perímetro de un rectángulo es 12 metros, si su base mide 4 metros. ¿Cuánto mide la altura?
 20. En un triángulo cada lado mide 6 cm más que el otro, si su perímetro es de 39 cm. ¿Cuánto mide cada lado del triángulo?
 21. El perímetro de un rectángulo es 168 metros, si su base es 4 metros mayor que su altura ¿Cuánto miden la base y la altura del rectángulo?
 22. Cierta número aumentado en tres, multiplicado por sí mismo, es igual a su cuadrado más 24. ¿Cuál es el número?
 23. El cuadrado de la suma de un número y 6 da como resultado el número multiplicado por el número aumentado en 3. ¿Cuál es el número?
 24. En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?
 25. En el mes de enero un vendedor de coches vende 3 coches del modelo A y 5 del modelo B, llegando a unas ventas de 165.000 €. En el mes de febrero vende 2 coches del modelo A y 4 del modelo B, por un total de 122.000 €. Calcula el precio de cada modelo de coche.

En el siguiente enlace podrás realizar ejercicios de práctica para que incrementes tu agilidad en los procesos y verifiques tu nivel de comprensión del tema:

<https://sites.google.com/site/proyectoaprendiendoalgebra/guias-de-aprendizaje/guia-1-ecuaciones-de-primer-grado-con-una-incognita>

³ Explicación para la resolución de estos problemas en: <http://aula.tareasplus.com/Roberto-Cuartas/Algebra-Elemental/Problemas-sobre-velocidades-Ecuaciones-de-primer-grado-con-una-incognita>

